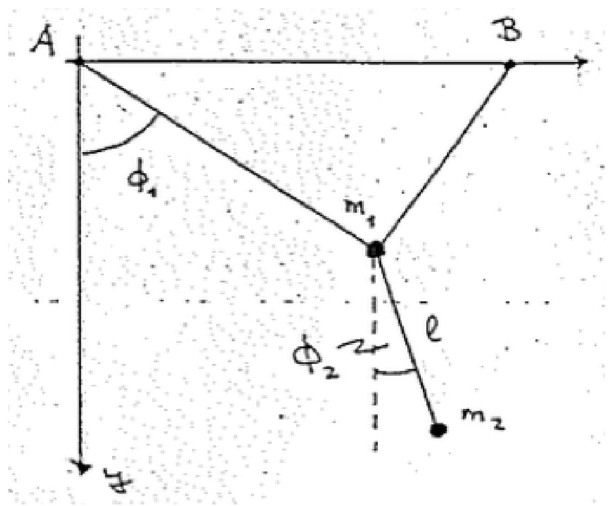
(abzugeben am Dienstag, 24.01.2017)

Aufgabe H25 *Pendel mit freier Aufhängung* (7 Punkte)

Die Enden eines masselosen Seiles der Länge L seien an den festen Aufhängungen A und B befestigt; Abstand $\overline{AB} = \varepsilon L < L$. Auf dem Seil kann sich eine Masse m_1 reibungsfrei bewegen, wobei das Seil stets gespannt bleibt. m_1 dient als Aufhängung eines mathematischen Pendels (Länge l, Masse m_2). Beide Massen sind der Schwerkraft $m_i\,\vec{g}$ ausgesetzt und können sich nur in der x-y-Ebene bewegen.



(a) Entlang welcher Kurve kann sich m_1 bewegen?

(b) Verwenden Sie ϕ_1 und ϕ_2 als verallgemeinerte Koordinaten und geben Sie in diesen die Lagrangefunktion an.

(c) Welche Bewegungsgleichungen ergeben sich im Grenzfall $\varepsilon = 0$?

(d) Linearisieren Sie diese Bewegungsgleichungen in ϕ_1 und ϕ_2. Für welche Frequenzen ω_λ sind dann $\phi_1 = \alpha_1 \cos\omega_\lambda t$, $\phi_2 = \alpha_2 \cos\omega_\lambda t$ Lösungen?

Aufgabe H26 *Parametrische Resonanz* (3 Punkte)

$x(t) = (q(t), \dot{q}(t))$ erfülle die Gleichung $x(t+T) = A\,x(t)$, wobei die Matrix

$$A(s) = \begin{pmatrix} s^4 & s^3 - 1 \\ f(s) & s^2 \end{pmatrix}$$

vom reellen Parameter s abhängt.

(a) Für welche Werte von s ist x stabil?

(b) Bestimmen Sie $f(s)$

(c) Verifizieren Sie (a) durch explizite Berechnung der Eigenwerte von A.